

V úlohách 1.3.5 – 1.3.8 určte definiční obor daných funkcí.

$$1.3.5 \quad \begin{array}{ll} \text{a) } f_1: y = \frac{\sqrt{x+1}}{x-4} & \text{d) } f_4: y = \frac{\sqrt{2x+10}}{16-x^2} \\ \text{b) } f_2: y = \sqrt{\frac{-3}{x^2-5x+4}} & \text{e) } f_5: y = \frac{1}{\sqrt{x}} + \sqrt{x^2-5} \\ \text{c) } f_3: y = \frac{-3}{\sqrt{x^2-3x}} & \text{f) } f_6: y = \frac{\sqrt{15+2x-x^2}}{8-2x} \end{array}$$

$$1.3.6 \quad \begin{array}{ll} \text{a) } f_1: y = 4^{\log(2x^2-5x-3)} & \text{d) } f_4: y = \log x^2 + \log(4-x^2) \\ \text{b) } f_2: y = \ln \sqrt{\frac{3x-1}{x+4}} & \text{e) } f_5: y = \sqrt{1-\log(x^2+7x+10)} \\ \text{c) } f_3: y = \frac{-1}{\ln(2x-x^2)} & \text{f) } f_6: y = \frac{\sqrt{\ln(x-1)}}{x-2} \end{array}$$

$$1.3.7 \quad \begin{array}{ll} \text{a) } f_1: y = \arcsin \frac{2x+4}{x} & \text{d) } f_4: y = \frac{1}{x} + \arccos(x^2-1) \\ \text{b) } f_2: y = \operatorname{arccotg} \frac{x^2}{x^2-2} & \text{e) } f_5: y = \frac{x}{\operatorname{arctg}(12-4x)} \\ \text{c) } f_3: y = \arccos \frac{1}{x^2} & \text{f) } f_6: y = \sqrt{\arcsin(x-4)} \end{array}$$

$$1.3.8 \quad \begin{array}{l} \text{a) } f_1: y = \log(1-2x) - 3 \arcsin \frac{3x-1}{2} \\ \text{b) } f_2: y = 5 \log \left(\frac{x+1}{x-5} \right) - \frac{\sqrt{5x-10}}{x^2-36} \\ \text{c) } f_3: y = \arccos(3+2x) + \sqrt{\frac{x-2}{x+3}} \\ \text{d) } f_4: y = \frac{\sqrt{x^2-5x+6}}{\ln(2x-5)} - \sqrt{5-x} \\ \text{e) } f_5: y = \frac{\sqrt{x^2-x-2}}{\ln x} - 4 \cdot \arcsin \frac{1-2x}{4} \\ \text{f) } f_6: y = \sqrt{\log \frac{5x-x^2}{4}} + \frac{1}{\log_2 x - 2} \\ \text{g) } f_7: y = \arccos \frac{3}{2x-5} + \ln(6+11x-2x^2) \\ \text{h) } f_8: y = \frac{14-x}{\ln(x^2-4)} + \arccos(3x+7) \end{array}$$

V úlohách 2.2.1 a 2.2.4 vypočítajte limitu postupnosti:

2.2.1 a) $\lim_{n \rightarrow \infty} (-2n^5 + 3n^2 - 10)$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(3n^4 - \frac{3}{n^3} + 4n \right)$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3-8n}{n+2}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{4n^2}{-n+2}$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n+2n^3}{7n^2-n-1}$

f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{-3n^2+4n}{4n^3-n+2}$

g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n-5}{4+3n} \right)^5$

h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{5n-n^5}{2n^5+n} \right)^4$

i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n+3)(2n-1)}{(n-3)^2}$

j) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{\frac{9+n^2}{4n^2}}$

k) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{3n+2}{\sqrt{16n^4+6n^3-2}}$

2.2.4 a) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{5n} \right)^{2n+6}$

b) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{7}{3n} \right)^{n-1}$

c) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n+5}{n+4} \right)^{2n-1}$

d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+5}{2n} \right)^{3n-7}$

e) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n+1}{2n-3} \right)^{3n}$

f) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-1}{n+3} \right)^{5-4n}$

g) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{6+4n}{2+4n} \right)^{3-2n}$

h) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{7n+10}{1+7n} \right)^{\frac{n}{3}}$

i) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{3n+6}{3n-1} \right)^{n^2}$

j) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{2n-5}{2n-2} \right)^{4n^2}$

k) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left[\ln \left(\frac{3n+1}{3n-5} \right)^{2-n} \right]$

l) $\lim_{n \rightarrow \infty} (n+1) \cdot [\ln(n+1) - \ln(n+2)]$

3.1.1 Vypočítajte limity funkcií:

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - x - 2}{x^2 - 2x},$

b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 - 4x}{2x^2 + 3x},$

c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3}{(x+1)^2},$

d) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)^2(x-1)}{x^3 + 1},$

3.1.2 Zistite, ktorá z daných funkcií je spojitá.

a) $f : y = \begin{cases} \frac{x^2 - 9}{x + 3}, & x \neq -3 \\ 6, & x = 3 \end{cases}$

b) $f : y = \begin{cases} \frac{x^3 - 4x}{x - 2}, & x \neq 2 \\ 8, & x = 2 \end{cases}$

c) $f : y = \begin{cases} 3 + x^2, & x \leq 0 \\ \frac{\sin 3x}{x}, & x > 0 \end{cases}$

3.1.3 Určte parameter a tak, aby funkcia f bola spojitá:

a) $f : y = \begin{cases} ax, & x < 1 \\ 2 - \frac{x}{a}, & x \geq 1, \end{cases}$

b) $f : y = \begin{cases} e^{ax}, & x < 0 \\ a - x, & x \geq 0, \end{cases}$

c) $f : y = \begin{cases} \frac{-1}{x^2 + a}, & x < 0 \\ \left(\frac{1}{3}\right)^x, & x \geq 0 \end{cases}$

d) $f : y = \begin{cases} e^{\frac{1}{x}}, & x \leq -1 \\ x^2 + ax, & x > -1 \end{cases}$

3.1.4 Nájdite asymptoty grafu funkcie

a) $f : y = \frac{x}{x+4}$

f) $f : y = xe^{\frac{1}{x^2}}$

b) $f : y = \frac{1-x^2}{x-2}$

g) $f : y = 4xe^{-x^2}$

c) $f : y = \frac{2x^2}{2x-1}$

h) $f : y = x + e^{-x}$

d) $f : y = 3x + \frac{3}{x-2}$

i) $f : y = x + \frac{\ln x}{x}$

4.1. Napíšte rovnicu dotyčnice a normály ku grafu funkcie f v bode T .

a) $f : y = x^2 - 2x + 2, T = [0, ?]$

e) $f : y = \frac{2x}{x+1}, T = [0, ?]$

b) $f : y = 2x - x^2, T = [1, ?]$

f) $f : y = x + \sqrt{4-x}, T = [3, ?]$

c) $f : y = 1 - \frac{1}{x+1}, T = [0, ?]$

g) $f : y = (x-1) \cdot e^x, T = [1, ?]$

d) $f : y = \sqrt[3]{x+4}, T = [-3, ?]$

h) $f : y = \ln \sin x, T = \left[\frac{\pi}{2}, ? \right]$

4.2. Napíšte rovnicu dotyčnice ku grafu funkcie f , ktorá zvierá s osou x uhol 45° .

a) $f : y = 2 \cdot \sqrt{x^2 + 3}$

b) $f : y = \operatorname{arctg} 2x$

4.3. Napíšte rovnicu dotyčnice a normály ku grafu funkcie f , ak dotyčnica t je rovnobežná s danou priamkou p .

a) $f : y = \ln(x+1), p : x - y + 2 = 0$

c) $f : y = x^3 - x, p : 2x - y = 0$

b) $f : y = 3 - 2 \cdot e^{\frac{x}{2}}, p : 2x + 2y - 3 = 0$

d) $f : y = \frac{2x-1}{2-x}, p : 3x - y = 0$

4.4. Dané sú funkcie celkových nákladov a príjmov. Vypočítajte hodnoty marginálnych nákladov, príjmov a zisku pre danú úroveň produkcie x a výsledky ekonomicky interpretujte.

a) $C(x) = 600 + 20x, R(x) = 30x, x = 50$

b) $C(x) = x^2 - 6x + 25, R(x) = 25x - 2x^2, x = 5$

c) $C(x) = 50 + 3x - 0,01x^2, R(x) = 2,5x - 0,005x^2, x = 25$

d) $C(x) = \frac{x^3}{3} - 0,5x^2 + 40, R(x) = 150x - 0,2x^2, x = 10$

e) $C(x) = 100 \cdot e^{0,01x}, R(x) = 10x \cdot e^{0,01x}, x = 100$

4.5. Vypočítajte marginálny dopyt pre jednotkovú cenu p , ak je daná funkcia dopytu d . Výsledky ekonomicky interpretujte.

a) $d : q = 56 - 2p, p = 6$

c) $d : q = 1 + 3e^{-\frac{p}{3}}, p = 3$

b) $d : q = 100 - p^2, p = 4$

d) $d : q = \frac{60}{p+3} - 2, p = 2$

4.6. Daná je dopytová funkcia d . Vypočítajte elasticitu dopytu pre jednotkovú cenu p . Výsledky ekonomicky interpretujte.

a) $d : q = 27 - 3p, p = 3$

c) $d : q = \frac{12}{p} - 3, p = 2$

b) $d : q = \frac{32 - p^2}{2}, p = 4$

d) $d : q = 80 - 30\sqrt{p}, p = 4$

5.1. Nájďte intervaly monotónnosti funkcie f .

a) $f : y = 2x^2 + x - 6$

b) $f : y = x^3 - 27x$

c) $f : y = 4x^3 + 3x^2 - 6x + 2$

d) $f : y = 1 - 12x - 9x^2 - 2x^3$

e) $f : y = 3 - 2x^2 + 4x^4$

f) $f : y = \frac{x^5}{5} - \frac{4}{3}x^3 + 1$

g) $f : y = \frac{x^6}{6} + \frac{x^5}{5}$

h) $f : y = \frac{2}{x^2 + 1}$

i) $f : y = \frac{2x}{x^2 + 1}$

j) $f : y = \frac{2}{1 - x^2}$

k) $f : y = \frac{x-1}{x^2}$

l) $f : y = \frac{2}{x} + \frac{x}{2}$

m) $f : y = \frac{x^2}{2-x}$

n) $f : y = x + \frac{x}{x^2 - 1}$

5.2. Nájďte intervaly monotónnosti funkcie f .

a) $f : y = \sqrt{1-x}$

b) $f : y = \sqrt[3]{(x+2)^2}$

c) $f : y = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$

d) $f : y = (x-3) \cdot \sqrt{x}$

e) $f : y = x \cdot \sqrt{1-x}$

f) $f : y = x \cdot \sqrt{1+x^2}$

g) $f : y = \frac{x-3}{\sqrt{1+x^2}}$

h) $f : y = x \cdot \sqrt{4-x^2}$

i) $f : y = \frac{2}{3}x + \sqrt[3]{x^2}$

j) $f : y = 2x - 3 \cdot \sqrt[3]{(1-x)^2}$

k) $f : y = x + e^{-x}$

l) $f : y = 2^{x^2-6x+2}$

m) $f : y = \frac{e^{2x-x^2}}{2}$

n) $f : y = x \cdot e^x$

5.3. Nájďte intervaly monotónnosti funkcie f .

a) $f : y = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$

b) $f : y = x \cdot e^{-\frac{x^2}{2}}$

c) $f : y = (1+x^2) \cdot e^{-x^2}$

d) $f : y = \frac{e^x}{x+1}$

e) $f : y = x - 2 \ln x$

f) $f : y = 2x^2 - \ln x$

g) $f : y = \ln(1-x)$

h) $f : y = \ln(x^2 - 4)$

i) $f : y = x \cdot \ln x$

j) $f : y = \frac{\ln x}{x}$

k) $f : y = \frac{\ln(3-x)}{3-x}$

l) $f : y = \ln\left(\frac{x+2}{2-x}\right)$

m) $f : y = \frac{2}{x} + \ln x^2$

n) $f : y = \frac{x}{\ln x}$

6.1. Nájďte intervaly konvexnosti a konkávnosti funkcie f . Určte inflexné body funkcie, ak existujú.

a) $f : y = x^3 - 9x^2 + 1$

h) $f : y = x + \frac{1}{x}$

b) $f : y = x^4 - 2x^3 - 7$

i) $f : y = 3x + \frac{1}{2x^2}$

c) $f : y = x^4 + 4x^3 - 18x^2 + 3x + 2$

j) $f : y = \frac{3x^2}{1-x}$

d) $f : y = x^4 - x^5$

k) $f : y = \frac{x^2 + x + 21}{x + 2}$

e) $f : y = \frac{x^6}{6} - \frac{x^5}{4} + 3$

l) $f : y = \frac{2x}{1+x^2}$

f) $f : y = 3x - (4-x)^5$

m) $f : y = \frac{x}{1-x^2}$

g) $f : y = x^4 + 2x^3 + 6x^2$

n) $f : y = \frac{x^2}{16-x^2}$

6.2. Nájďte intervaly konvexnosti a konkávnosti funkcie f . Určte inflexné body funkcie, ak existujú.

a) $f : y = \frac{x^2 + 1}{x^2 - 1}$

e) $f : y = 3x - \sqrt{x-3}$

b) $f : y = \frac{1}{x^3} + \frac{1}{x^2}$

f) $f : y = 4 + \sqrt[3]{x^2}$

c) $f : y = \frac{1}{x^3} - \frac{6}{x}$

g) $f : y = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + 1}}$

d) $f : y = \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{x}\right)^2$

h) $f : y = \frac{x}{\sqrt{x^3 + 1}}$

6.3. Nájďte intervaly konvexnosti a konkávnosti funkcie f . Určte inflexné body funkcie, ak existujú.

a) $f : y = x \cdot e^{-x}$

f) $f : y = e^{4 - \frac{x^2}{2}}$

b) $f : y = e^{-x^2}$

g) $f : y = e^{1 - \frac{x^3}{3}}$

c) $f : y = x \cdot e^{-x^2}$

h) $f : y = e^{2x} - 8e^x + 5x$

d) $f : y = x^2 \cdot e^{-x}$

i) $f : y = (2 - x^2) \cdot e^{-x}$

e) $f : y = x \cdot e^{\frac{1}{x}}$

j) $f : y = \frac{e^x}{x}$

7.1. Použitím l'Hospitalovho pravidla vypočítajte limity .

- a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 + x}{x^2 - 1}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^3 - 9x}{x^4 - 3x^3 - x + 3}$
- c) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + x^3 - 2x^2 - 3x - 1}{x^4 + 4x^2 - 5}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt[3]{8x} - 2x}{\sqrt[4]{x} - x}$
- e) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+1} - \sqrt{2}}{x^2 - 1}$
- f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{5^x - 1}{x}$
- g) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^3 - 3}{3^x - 3}$
- h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{x}$
- i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x^2}$
- j) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2 \cos x}{\pi - 3x}$
- k) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3 \operatorname{tg} \pi x}{2 - x}$
- l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{e^x - 1}$
- m) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} \frac{\operatorname{arctg}\left(x - \frac{\pi}{2}\right)}{\pi - 2x}$
- n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 3x}{\arcsin 2x}$

7.2. Použitím l'Hospitalovho pravidla vypočítajte limity .

- a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x}}{2x - \sin x}$
- b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3 + \pi x}{\sin 3x}$
- c) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + 4x)}{3^x - 1}$
- d) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 4x}{\ln(1 + \sin x)}$
- e) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \ln(1 - 2x)}{2 \operatorname{arctg} 3x}$
- f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} x + x^2}{2^{3x} - 3^{2x}}$
- g) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - e^{-2x}}{2 \arcsin x - \sin x}$
- h) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(\cos 3x)}{\operatorname{arctg} 4x}$
- i) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^2 - (1+2x)}{x^2 + 4x^3}$
- j) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 + 3x + 2)^2}{x^3 - 3x - 2}$
- k) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^4 x}{4x^2}$
- l) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{2x \cdot \sin x}$
- m) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\ln(\sin 3x)}{(6x - \pi)^2}$
- n) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x - \sin x}{e^x - e^{-x} - 2x}$
- o) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 3x - 1}{\sin^2 x}$
- p) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{\sin^2 x}$
- q) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{e^{x^2} - 1}$
- r) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^3}{x - \operatorname{arctg} x}$

9.1. Nájdiť lokálne extrémny funkcie f , ak existujú.

a) $f : y = x \cdot \ln x$

f) $f : y = \ln^2 x - 2 \ln x$

b) $f : y = \frac{x^2}{2} - \ln x$

g) $f : y = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right)$

c) $f : y = \frac{1}{x} + \ln x$

h) $f : y = \frac{\ln x}{x^2}$

d) $f : y = \frac{1 + \ln x}{x}$

i) $f : y = \frac{\ln x}{\sqrt{2x}}$

e) $f : y = \ln(4x - x^2)$

j) $f : y = \frac{\ln^2 x}{x}$

9.2. Celkové náklady na výrobu x jednotiek určitého tovaru sú dané funkciou $C(x) = 0,01x^3 + 10x + 160$. Aký veľký musí byť objem produkcie, aby priemerné náklady boli najmenšie.

9.3. Pre danú funkciu dopytu a funkcie celkových nákladov zistíte množstvo výrobkov, ktoré sa musia vyrábať a predávať, aby sa dosiahol maximálny zisk. Určite hodnotu maximálneho zisku a predajnú cenu, ktorá tento zisk maximalizuje.

a) $p(x) = 18 - 2x$

c) $p(x) = 30 - \frac{27}{2}x$

$C(x) = 3 + 6x$

$C(x) = 3 + 6x - x^3$

b) $p(x) = 45 - 3x$

d) $p(x) = 60 - 27x$

$C(x) = 5x + x^2$

$C(x) = 6 + 12x - 2x^3$

9.4. Pre každú funkciu dopytu v nasledujúcich úlohách určte množstvo produkcie, pre ktoré sa dosahujú maximálne príjmy a predajnú cenu, ktorá je výsledkom týchto príjmov.

a) $p(x) = 21 - 0,7x$

c) $p(x) = 6e^{-0,02x}$

b) $p(x) = 24 - 0,5x^2$

d) $p(x) = \sqrt{243 - 9x}$

9.5. Je daná funkcia dopytu $p(x) = 45 - 0,5x$ a funkcia priemerných nákladov $\tilde{C}(x) = x^2 - 8x + 57 + \frac{2}{x}$. Určte množstvo

a) predanej produkcie v hl, ktoré maximalizujú príjmy;

b) vyrobenej produkcie v hl, ktoré minimalizujú marginálne náklady;

c) vyrobenej a predanej produkcie v hl, ktoré maximalizuje celkový zisk.

V úlohách 3.1.1. až 3.1.5. vypočítajte neurčité integrály (na intervaloch, v ktorých existujú):

3.1.1. a) $\int (5x^2 - 4x + 10) dx$

b) $\int x \cdot (3x - 4)^2 dx$

c) $\int (x^2 - 4x \cdot \sqrt[3]{x} + 10 \cdot \sqrt[4]{x^3}) dx$

d) $\int (x - 2)(4 - x) dx$

e) $\int (x^2 - 2)^3 dx$

f) $\int (x^2 - \frac{5}{2}x + 6) \cdot (x^3 + 1) dx$

g) $\int (\frac{3}{x} - \frac{7}{x^3} + \frac{6}{\sqrt[3]{x}} - \frac{18}{x\sqrt{x}}) dx$

h) $\int x \cdot \sqrt{x} \cdot \sqrt{x} dx$

i) $\int (1 - 3x + x^3) \cdot \sqrt[3]{x} dx$

j) $\int \sqrt{x} \cdot \sqrt{x^3} dx$

3.1.2. a) $\int (e^x - e^3) dx$

b) $\int 5^x \cdot e^x dx$

c) $\int \frac{15^x - 9^x}{3^x} dx$

d) $\int \frac{(3^x + 4^x)^2}{12^x} dx$

3.1.3. a) $\int (\sin x - 3 \cos x) dx$

b) $\int (\cotg^2 x) dx$

c) $\int \frac{1}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx$

d) $\int \frac{2}{x^2 + 9} dx$

3.1.4. a) $\int \frac{\cos x}{10 + \sin x} dx$

b) $\int \frac{\sin x}{2 + 5 \cdot \cos x} dx$

c) $\int \frac{1}{x \cdot \ln x} dx$

d) $\int \frac{1}{\sin x \cdot \cos x} dx$

3.1.5. a) $\int \frac{3}{2 - 5x} dx$

b) $\int \frac{x}{9 + 4x^2} dx$

V úlohách 3.2.1. až 3.2.3. vypočítajte neurčité integrály:

3.2.1. a) $\int \frac{\ln^4 x}{x} dx$

b) $\int \frac{1}{x^2} \cdot \cos \frac{1}{x} dx$

c) $\int x^2 \cdot e^{x^3} dx$

d) $\int x \cdot (3x^2 - 4)^5 dx$

e) $\int \frac{x}{(x^2 - 4)^3} dx$

f) $\int x^2 \cdot \sqrt[3]{6 - x^3} dx$

g) $\int \frac{1}{x^3} \cdot \sin \frac{1}{x^2} dx$

h) $\int \frac{3x^3}{\sqrt[3]{x^4 + 4}} dx$

3.2.2. a) $\int \sqrt{5 + 2x} dx$

b) $\int \frac{5}{\sqrt[3]{1 - 6x}} dx$

c) $\int \sin\left(\frac{3x - 5}{2}\right) dx$

d) $\int \frac{1}{\sin^2\left(\frac{x - 2}{3}\right)} dx$

$$\text{e) } \int \cotg(5x+9) dx$$

$$\text{f) } \int \frac{3}{\sqrt{(5-2x)^3}} dx$$

$$\text{g) } \int (3-2x)^3 dx$$

$$\text{h) } \int \frac{1}{(5+3x)^3} dx$$

$$\text{3.2.3. a) } \int \frac{2^x}{1+4^x} dx$$

$$\text{b) } \int \frac{x^2}{\sqrt{1-x^6}} dx$$

$$\text{c) } \int \frac{e^x}{x^2} dx$$

$$\text{d) } \int e^{\cos^2 x} \cdot \sin 2x dx$$

$$\text{e) } \int \frac{\sqrt{1+\ln x}}{x} dx$$

$$\text{f) } \int \frac{1}{x \cdot \sqrt[3]{\ln 3x}} dx$$

$$\text{g) } \int \frac{\text{tg} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$$

$$\text{h) } \int \frac{\cos x}{\sqrt[3]{\sin^2 x}} dx$$

V úlohách 3.3.1. až 3.3.2. vypočítajte neurčité integrály.

$$\text{3.3.1. a) } \int x \cdot \sin x dx$$

$$\text{b) } \int x \cdot e^{2x} dx$$

$$\text{c) } \int (2x-5) \cdot \sin 3x dx$$

$$\text{d) } \int (5x+2) \cdot 2^x dx$$

$$\text{e) } \int \frac{x}{\sin^2 x} dx$$

$$\text{f) } \int (x^2 + 6x - 7) \cdot \cos x dx$$

$$\text{g) } \int (4x - x^2) \cdot 5^x dx$$

$$\text{h) } \int (x^2 + 2x - 3) \cdot e^{-x} dx$$

$$\text{i) } \int (3x+5) \cdot \cos \frac{x}{3} dx$$

$$\text{j) } \int (2x-7) \cdot \text{tg}^2 x dx$$

$$\text{3.3.2. a) } \int x^3 \cdot \ln x dx$$

$$\text{b) } \int \text{arccotg} x dx$$

$$\text{c) } \int \arccos x dx$$

$$\text{d) } \int \text{arccotg} 2x dx$$

$$\text{e) } \int x \cdot \ln^2 x dx$$

$$\text{f) } \int \frac{\ln x}{x^3} dx$$

$$\text{g) } \int \arcsin(2x+1) dx$$

$$\text{h) } \int x^2 \cdot \text{arctg} x dx$$

3.3.3. Určte funkciu celkových nákladov $C(x)$ spĺňajúcu uvedenú podmienku, ak je daná funkcia marginálnych nákladov $MC(x)$.

$$\text{a) } MC(x) = 100 - 2x$$

$$FC = 1\,000 \text{ p. j.}$$

$$\text{b) } MC(x) = 5 + 2x - 0,6x^2$$

$$C(5) = 35 \text{ p. j.}$$

$$\text{c) } MC(x) = \frac{1}{\sqrt{4x+256}}$$

$$C(36) = 6 \text{ p. j.}$$

$$\text{d) } MC(x) = 20 \cdot e^{\frac{x}{2}}$$

$$FC = 120 \text{ p. j.}$$

$$\text{e) } MC(x) = (2x+3) \cdot e^{2x}$$

$$FC = 5 \text{ p. j.}$$

$$\text{f) } MC(x) = 12 + \frac{300}{(x+1)^2}$$

$$C(11) = 507 \text{ p. j.}$$

3.4.1. Určte funkciu celkových príjmov $R(x)$, ak je daná funkcia marginálnych príjmov $MR(x)$.

- a) $MR(x) = 60 - 2x - 2x^2$ b) $MR(x) = x \cdot e^{\frac{x^2}{2}}$
c) $MR(x) = \frac{2x^2 + 4x + 5}{(x+1)^2}$ d) $MR(x) = \frac{480}{(x+4)^2}$

3.4.2. Určte funkciu celkových nákladov $C(x)$ spĺňajúcu uvedenú podmienku, ak je daná funkcia marginálnych priemerných nákladov $M\tilde{C}(x)$.

- a) $M\tilde{C}(x) = 2 - \frac{1}{x+1}$ $C(1) = 100$ p. j.
b) $M\tilde{C}(x) = -0,02 - \frac{300}{x^2}$ $C(50) = 450$ p. j.

3.4.3. Určte pri akej produkcii bude výroba rentabilná a pri akej produkcii firma dosiahne maximálny zisk, ak $MC(x) = 4 + 0,02x$, fixné náklady sú 50 p. j. a $MR(x) = 6 - 0,01x$, $x \in \langle 0, 300 \rangle$.

3.4.4. Je daná funkcia marginálnych príjmov $MR(x)$ a marginálnych nákladov $MC(x)$. Určte funkciu celkového zisku, ak

- a) $MC(x) = 100 - 0,2x$, $MR(x) = 600 - 0,4x$ a platí, že $P(100) = 48\,900$ p. j.
b) $MC(x) = 300 + x$, $MR(x) = 500 - 0,8x$ a platí, že $C(10) = 3\,200$ p. j.
c) $MC(x) = 5 - 10x$, $MR(x) = 35 - 4x - 1,5x^2$ a platí, že $P(4) = 36$ p. j.
d) $MC(x) = 20 + x$, $MR(x) = 40 - 3x$ a platí, že $FC = 48$ p. j.

3.4.5. Vypočítajte obsah rovinného útvaru ohraničeného grafmi funkcií

- a) $f_1: y = -x^2 + 2x + 8$, $f_2: y = 0$
b) $f_1: y = 16 - x^2$, $f_2: y = x^2 - 16$
c) $f_1: y = x^2 - 4x + 6$, $f_2: y = -2x^2 + 8x - 3$
d) $f_1: y = x^2 + 6x + 8$, $f_2: y = -x^2 - 10x - 16$
e) $f_1: y = -9 - x^2$ a priamkou $5x + y + 9 = 0$
f) $f_1: y = x^2$, $f_2: y = 2x^2$, $f_3: y = 1$
g) $f_1: y = 2x^3$, $f_2: y = \frac{x}{2}$
h) $f_1: y = x$, $f_2: y = 3 \cdot \sqrt{x}$