

PRÍLOHA C

Test z matematiky - úroveň A



MINISTERSTVO ŠKOLSTVA SLOVENSKEJ REPUBLIKY

STROMOVÁ 1, 813 30 BRATISLAVA

MATURITA 2007 EXTERNÁ ČASŤ

M A T E M A T I K A

úroveň A
kód testu: 4001

**NEOTVÁRAJTE, POČKAJTE NA POKYN!
PREČÍTAJTE SI NAJPRV POKYNY K TESTU!**

- Test obsahuje **30 úloh**.
- V teste sa stretnete s dvoma typmi úloh:
 - Pri úlohách s krátkou odpoveďou napíšete jednotlivé číslice výsledku do príslušných políčok odpoveďového hárka. Rešpektujte pritom predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
 - Pri úlohách s výberom odpovede vyberte správnu odpoveď spomedzi niekoľkých ponúkaných možností, z ktorých je vždy správna iba jedna. Správnu odpoveď zaznačte krížikom do príslušného políčka odpoveďového hárka.
- Z hľadiska hodnotenia sú všetky úlohy rovnocenné.
- Na vypracovanie testu budete mať **120 minút**.
- Pri práci smiete používať iba písacie potreby, kalkulačku a prehľad vzorcov, ktorý je súčasťou tohto testu. Nesmiete používať zošity, učebnice ani inú literatúru.
- Poznámky si robte na pomocný papier. Na obsah pomocného papiera sa pri hodnotení neprihliada.
- **Podrobnejšie pokyny na vyplňovanie odpoveďového hárka sú na poslednej strane testu. Prečítajte si ich.**
- Pracujte rýchlo, ale sústreďte sa.

Želáme Vám veľa úspechov!

Začnite pracovať, až keď dostanete pokyn!

Časť I

Vyriešte úlohy **01 – 20** a do odpovedového hárka zapíšete vždy **iba výsledok** – nemusíte ho zdôvodňovať ani uvádzať postup, ako ste k nemu dospeli.

- Výsledok zapisujte do odpovedového hárka **pomocou desatinných čísel**.
- Pri zápise rešpektujte predtlačенú polohu desatinnej čiarky.
- Výsledky uvádzajte buď presné, alebo – ak je to v zadaní úlohy uvedené – zaokrúhlené podľa pokynov zadania (obvykle to bude na dve alebo tri desatinné miesta).
- Znamienko – (mínus) napíšete do samostatného políčka pred prvú číslicu.
- Označenie jednotiek (stupne, metre, minúty, ...) **nezapisujte** do odpovedového hárka.
- Ak je Váš výsledok celé číslo, **nevypĺňajte** políčka za desatinnou čiarkou.

Napríklad

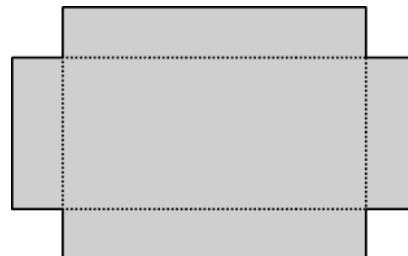
výsledok $-33,1$ zapíšete -,

výsledok 5 cm zapíšete

výsledok $427,19^\circ$ zapíšete

- Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahradzujú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

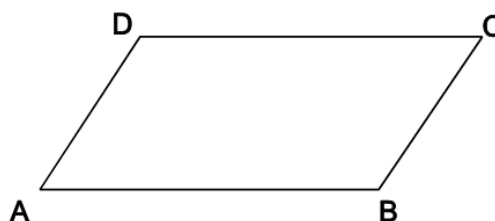
- 01** Z obdĺžnikového kartónu s rozmermi d cm x 20 cm sme urobili škatuľu s objemom $1\ 000\text{ cm}^3$ tak, že z každého jeho rohu sme vystrihli štvorec so stranou 5 cm a zvyšné okraje sme zahli. Vypočítajte číslo d .



- 02** Nájdite hodnotu $a \in \mathbb{R}$ tak, aby priamka s rovnicou $x = a$ bola osou súmernosti grafu kvadratickej funkcie $f : y = x^2 + 6x + 11$.

- 03** Daný je štatistický súbor 1, 3, 27, x . Vypočítajte geometrický priemer tohto súboru, ak viete, že jeho modus je 1.

- 04** Body $A[1; 6]$, $B[4; -5]$, $C[8; 1]$, $D[5; d]$, sú vrcholy rovnobežníka $ABCD$. Určte druhú súradnicu bodu D .



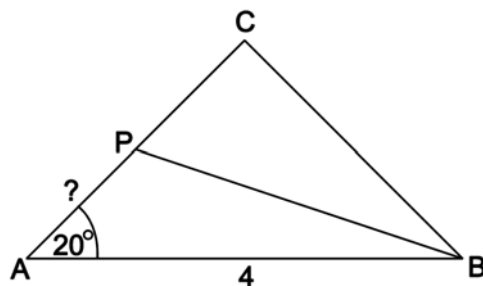
05 V rovnoramennom trojuholníku ABC so základňou

AB platí $|\angle BAC| = 20^\circ$, $|AB| = 4$.

Os vnútorného uhla pri vrchole B pretína stranu AC v bode P .

Vypočítajte dĺžku úsečky AP .

Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.



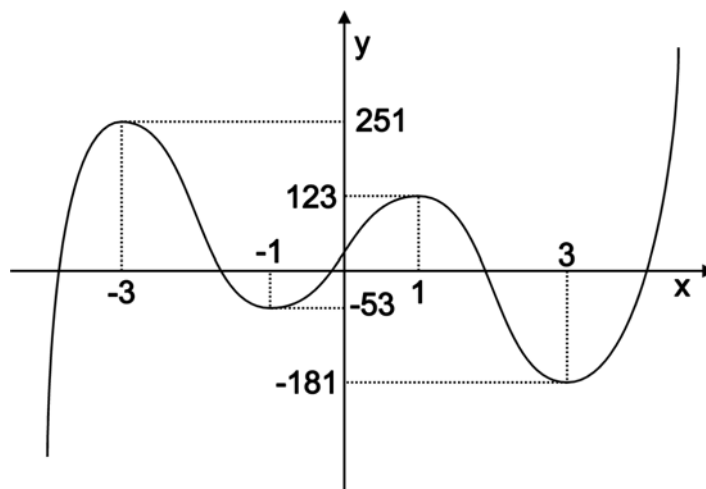
06 Vypočítajte obsah pravidelného 15-uholníka vpísaného do kružnice s polomerom $r = 4$.

Výsledok uveďte s presnosťou na dve desatinné miesta.



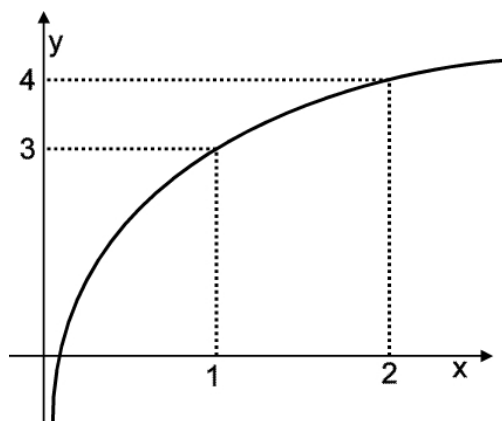
07 Použite vzorec $\sin \alpha - \cos \alpha = \sqrt{2} \sin(\alpha - 45^\circ)$ pri riešení nasledujúcej úlohy: „Nájdite uhol $\alpha \in \langle 0^\circ; 90^\circ \rangle$, pre ktorý sa $\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{2}}$.“ Výsledok uveďte v stupňoch.

08 Na obrázku je graf funkcie $f: y = 3x^5 - 50x^3 + 135x + 35$ s vyznačenými hodnotami všetkých jej lokálnych maxim a minim.

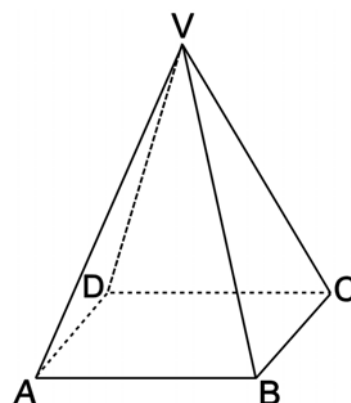


Nájdite najväčšie $a \in \mathbb{R}$, pre ktoré má rovnica $f(x) = a$ štyri rôzne reálne korene.

- 09** Na obrázku je graf logaritmickej funkcie
 $f : y = b + \log_a x$.
 Nájdite predpis tejto funkcie a do
 odpoveďového hárka zapíšte hodnotu a .



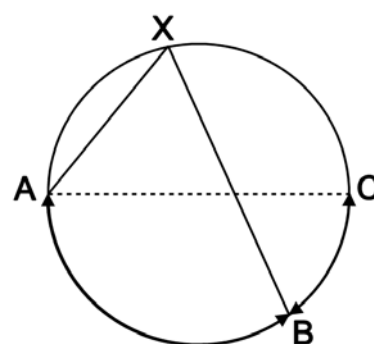
- 10** Daný je pravidelný štvorboký ihlan $ABCDV$
 s hranou podstavy $a = 1$ a bočnou hranou $b = 1$.
 Určte (v stupňoch) odchýlku priamky BV od roviny
 BCD .



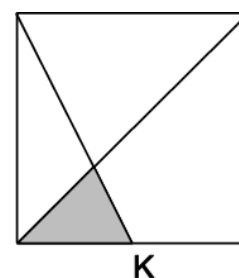
- 11** V množine všetkých kladných celých čísel nájdite koreň rovnice $\frac{6(x-1)}{x^2-1} = x$.

- 12** Sú dané intervaly $A = (-2; 5)$ a $B = (2x + 7; 7)$. Nájdite najväčšiu hodnotu x , pre ktorú
 je prienik $A \cap B$ neprázdna množina.

- 13** Úsečka AC je priemerom kružnice na obrázku.
 Pomer dĺžok oblúkov AB a BC je $7 : 3$.
 Určte (v stupňoch) veľkosť uhla AXB .

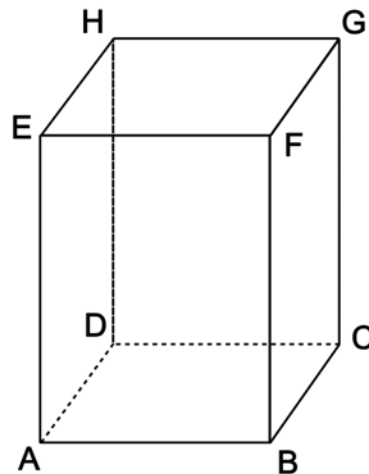


- 14** Na obrázku je bod K stredom strany štvorca so stranou
 dĺžky 18.
 Vypočítajte obsah vyznačeného trojuholníka.



- 15** Kváder $ABCDEFGH$ má rozmery $|AB| = 3$,
 $|AE| = 4$, $|AD| = 6$.

Vypočítajte vzdialenosť bodu E od roviny ADF .



- 16** Aký najväčší povrch (v cm^2) môže mať kocka, ktorá sa vyreže z gule s polomerom 20 cm?

- 17** Rotačný valec V_1 s polomerom podstavy 2 cm má rovnaký objem ako rotačný valec V_2 s polomerom podstavy 12 cm.

Vypočítajte pomer obsahov plášťov týchto valcov, t. j. hodnotu $\frac{S_{pl}(V_1)}{S_{pl}(V_2)}$.

- 18** V podniku XYLOTEX pracuje celkom 180 pracovníkov, ich priemerná mzda je M korún. Keby podnik prijal ďalších 20 zamestnancov, ktorých priemerná mzda by bola S korún, znížila by sa tým celková priemerná mzda v podniku o 3,5 %.

Vypočítajte hodnotu podielu $\frac{S}{M}$.

- 19** Určte počet všetkých kladných trojčiferných čísiel, ktoré obsahujú číslicu 1.

- 20** Nájdite prirodzené číslo, ktoré je deliteľné deviatimi a jeho zaokrúhlením na desiatky dostaneme číslo 44 444 444 440 055 780. Do odpovedového hárka zapíšte posledné dvojčíslicie nájdeného čísla.

Časť II

V každej z úloh 21 až 30 je správna práve jedna z ponúkaných odpovedí (A) až (E). Svoju odpoveď označte krížikom v príslušnom políčku odpovedového hárka. Obrázky slúžia len na ilustráciu, nahradzujú vaše náčrty, dĺžky a uhly v nich nemusia presne zodpovedať údajom zo zadania úlohy.

21 Ak M je množina všetkých tých hodnôt $m \in \mathbb{R}$, pre ktoré je exponenciálna funkcia

$$f : y = \left(\frac{m+2}{5}\right)^x \text{ rastúca, tak}$$

A) $M = (3; \infty)$.

B) $M = (-\infty; 3)$.

C) $M = (0; 3)$.

D) $M = (-\infty; -2)$.

E) $M = (-2; \infty)$.

22 V nasledujúcej tabuľke sú ceny 4 potravinárskych výrobkov v rôznych predajniach.

predajňa	bravčové karé (1 kg)	kryštálový cukor (1 kg)	olej Raciol (1 liter)	zemiaky skoré (1 kg)
Tuscon	123,90	25,90	42,90	9,90
Termos	134,90	29,90	42,90	10,90
Hyperstar	123,90	29,90	42,90	9,90
Bullock	174,90	28,90	42,90	7,90
Kaufhaus	123,90	31,90	39,90	9,90

Janko má kúpiť 1,5 kg bravčového karé, 1 liter oleja Raciol a 5 kg skorých zemiakov. V ktorej z uvedených predajní bude tento nákup najlacnejší?

A) Bullock **B)** Hyperstar **(C)** Kaufhaus **(D)** Termos **(E)** Tuscon

23 Existuje pre každý trojuholník ABC bod, ktorý má rovnakú vzdialenosť od všetkých troch jeho vrcholov A , B , C ?

A) Nie, taký bod nemusí existovať.

B) Áno, je to priesečník osí strán trojuholníka ABC .

C) Áno, je to priesečník ťažníc trojuholníka ABC .

D) Áno, je to priesečník osí uhlov trojuholníka ABC .

(E) Áno, je to priesečník výšok trojuholníka ABC .

24 Nech výroky A , B sú pravdivé a výrok C je nepravdivý. Ktorý z nasledujúcich zložených výrokov je pravdivý?

(A) $(A \wedge B) \Rightarrow C$

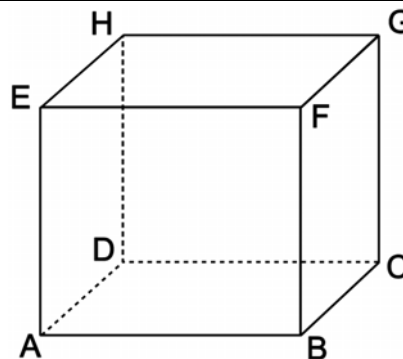
(B) $A \Rightarrow (B \wedge C)$

(C) $(A \vee B) \Rightarrow C$

(D) $(B \wedge C) \Rightarrow A$

(E) $A \Rightarrow C$

- 25** Daná je kocka $ABCDEFGH$.
Ktorý z nasledujúcich vektorov je súčet vektorov \vec{BG} , \vec{CH} a \vec{EG} ?



- (A) $2 \cdot \vec{BH}$ (B) $2 \cdot \vec{BG}$ (C) $2 \cdot \vec{HB}$ (D) $2 \cdot \vec{GB}$ (E) $2 \cdot \vec{AG}$

- 26** Pre ktorú hodnotu $c \in \mathbb{R}$ je funkcia $f: y = 5x + c$ inverzná k funkcii $g: y = 0,2x - 10$?

- (A) $c = -250$ (B) $c = -50$ (C) $c = -10$ (D) $c = 10$ (E) $c = 50$

- 27** Umocnením $\left(x + \frac{1}{x}\right)^6$ dostaneme výraz $Ax^6 + Bx^4 + Cx^2 + D + \frac{E}{x^2} + \frac{F}{x^4} + \frac{G}{x^6}$. Ktoré z nasledujúcich čísel je hodnota D ?

- (A) 10 (B) 15 (C) 20 (D) 25 (E) 30

- 28** Kružnica k je daná rovnicou $x^2 + y^2 - 6x + 8y - 20 = 0$. Aký obsah má štvorec opísaný tejto kružnici?

- (A) 25 (B) 45 (C) 90 (D) 100 (E) 180

- 29** Ktorá z nasledujúcich množín je definičný obor funkcie $f: y = \sqrt{\frac{-6}{5x^2 + 2x - 3}}$?

- (A) $(-\infty; -5) \cup (3; \infty)$ (B) $(-\infty; -1) \cup (0,6; \infty)$
(C) $(-5; 3)$ (D) $(-1; 0,6)$
(E) $(-3; 5)$

- 30** Ktorá z nasledujúcich funkcií má obor hodnôt $(0; \infty)$?

- (A) $y = 10^{-x}$ (B) $y = -(10^x)$ (C) $y = -(10^{-x})$ (D) $y = \log x$ (E) $y = -\log x$

KONIEC TESTU

Prehľad vzorcov

Mocniny:

$$a^x \cdot a^y = a^{x+y} \quad \frac{a^x}{a^y} = a^{x-y} \quad (a^x)^y = a^{x \cdot y} \quad (a \cdot b)^x = a^x \cdot b^x \quad \left(\frac{a}{b}\right)^x = \frac{a^x}{b^x} \quad a^{-x} = \frac{1}{a^x} \quad a^{\frac{x}{y}} = \sqrt[y]{a^x}$$

Goniometrické funkcie:

$$\sin^2 x + \cos^2 x = 1 \quad \operatorname{tg} x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\sin 2x = 2 \cdot \sin x \cos x \quad \cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$$

$$\sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \cos x \quad \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = \sin x$$

x	0°	30°	45°	60°	90°
sin x	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos x	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0

Trigonometria:

Sínusová veta: $\frac{a}{\sin \alpha} = \frac{b}{\sin \beta} = \frac{c}{\sin \gamma} = 2r$

Kosínusová veta: $c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cdot \cos \gamma$

Logaritmus:

$$\log_z(x \cdot y) = \log_z x + \log_z y$$

$$\log_z \frac{x}{y} = \log_z x - \log_z y$$

$$\log_z x^k = k \cdot \log_z x$$

$$\log_y x = \frac{\log_z x}{\log_z y}$$

Aritmetická postupnosť:

$$a_n = a_1 + (n - 1) \cdot d$$

$$s_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$$

Geometrická postupnosť:

$$a_n = a_1 \cdot q^{n-1}$$

$$s_n = a_1 \frac{q^n - 1}{q - 1}, \quad q \neq 1$$

Kombinatorika:

$$P(n) = n!$$

$$V(k, n) = \frac{n!}{(n - k)!}$$

$$C(k, n) = \binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n - k)!}$$

$$P'(n_1, n_2, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! n_2! \dots n_k!}$$

$$V'(k, n) = n^k$$

$$C'(k, n) = \binom{n + k - 1}{k}$$

Geometrický priemer: $\sqrt[n]{a_1 \cdot a_2 \cdot \dots \cdot a_n}$

Harmonický priemer: $\frac{n}{\frac{1}{a_1} + \frac{1}{a_2} + \dots + \frac{1}{a_n}}$

Analytická geometria:

Parametrické vyjadrenie priamky: $X = A + t\vec{u}, \quad t \in \mathbb{R}$

Všeobecná rovnica priamky: $ax + by + c = 0; \quad [a; b] \neq [0; 0]$

Uhol vektorov: $\cos \varphi = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{|\vec{u}| \cdot |\vec{v}|}$

Všeobecná rovnica roviny: $ax + by + cz + d = 0; \quad [a; b; c] \neq [0; 0; 0]$

Stredový tvar rovnice kružnice: $(x - m)^2 + (y - n)^2 = r^2$

Objemy a povrchy telies:

	kváder	valec	ihlan	kužeľ	guľa
objem	abc	$\pi r^2 v$	$\frac{1}{3} S_p v$	$\frac{1}{3} \pi r^2 v$	$\frac{4}{3} \pi r^3$
povrch	$2(ab + ac + bc)$	$2\pi r(r + v)$	$S_p + S_{pl}$	$\pi r^2 + \pi r s$	$4\pi r^2$